



窮理の部屋114

タイル敷き詰め問題とノーベル賞

先月号の、どんな形のタイルなら床を敷き詰めることができるかという話の中で、同じ形のタイルを規則的に敷き詰めた場合、並進対称性と回転対称性というふたつの対称性があると書きました。

並進対称性というのは、タイルを敷き詰めたパターンをある方向に一定の距離だけずらしても、元のパターンとぴったり重なるということで、回転対称性は、ある角度だけ回転させても元のパターンとぴったり重なるということです。ただ、このある角度というのは、60度、90度、120度、180度、240度、270度、300度に限られます。この角度は、

60度・120度・180度・240度・300度の回転で一致するもの(図1)

90度・180度・270度の回転で一致するもの(図2)

120度・240度の回転でのみ一致するもの(図3)

180度回転のみで一致するもの(図4)

の4つに分類することができて、それぞれ 6回対称、 4回対称、 3回対称、 2回対称と呼ばれています。しかし、 と の間に「5回対称」というのはありませんし、7回以上の回転対称もないのです。

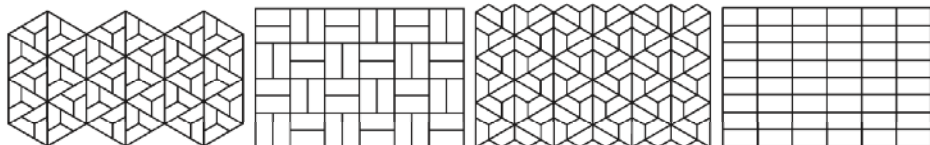


図1 . 6回対称

図2 . 4回対称

図3 . 3回対称

図4 . 2回対称

ところが、ちょっとかわったタイルの敷き詰め方を考えた人がいるのです。それは、図5のような2種類の菱形を使ってタイルを敷き詰めるものです。この2種類の菱形のタイルを、図6のように敷き詰めるのでしょうか。菱形の頂角は全て36度の倍数になっていますが、36度回転させてもピッタリ重なることはありません。しかし、例えばボクシングのグローブのような形の濃いグレーに塗った部分と同じパターンや、これを36度・72度・108度・...・324度回転させたものは、あちこちに見つかるのです(薄いグレーの部分)。まあこれくらい小さいパターンなら探せばどこかにあるだろうと思うかもしれませんが、でも、もっともっと大きなパターンでも、その分広い範囲を探せば必ず見つかるのです。

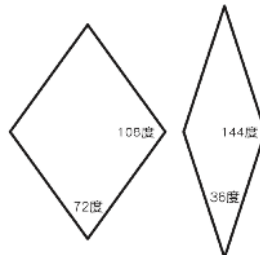


図5 . 2種類の菱形

並進対称性や回転対称性は、限られた範囲ではなく、どこまでも同じパターンが広がっていて、それを横にずらしたり回転させてもピッタリ重ならなければなりません。ですからこの2種類の菱形のタイルを敷き詰めたパターンは、並進対称性があるわけでもなく、5回対称か10回対称っぽいけど、5回対称でも10回対称でもありません。この対称性があるようなないような不思議なタイル敷き詰めパターンは、考案した数学者の名前をとって、ペンローズのタイルと呼ばれています。

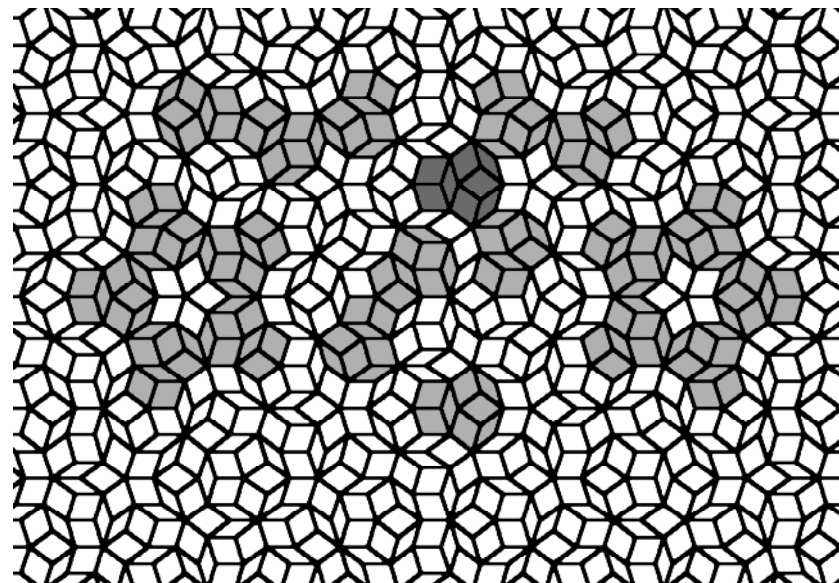


図6 . ペンローズのタイルの中に現われる同じパターン

2ヶ月にわたって、タイルの敷き詰め問題について書いてきましたが、このような敷き詰め方のパターンは、結晶の原子の並びと似ているのです。結晶では原子は平面ではなく立体的に並んでいますが、敷き詰めたタイルと同じように、並進対称性や、6回対称・4回対称・3回対称・2回対称の回転対称性があり、5回対称はありません。

ところが、イスラエルの化学者、ダニエル・シェヒトマンは、X線による構造解析によって、5回対称の物質を発見したのです。これは、ペンローズのタイルの立体版とも言える構造で、準結晶と呼ばれています。この準結晶の発見によって、シェヒトマンは2011年のノーベル化学賞を受賞したのでした。

(長谷川 能三 : 大阪市立科学館 学芸員)