

数学が人類を救う？

SIRモデル

新型コロナウイルスの感染拡大に伴い、外出の自粛が要請され、今もなお影響が続いています。この自粛要請にあたって感染拡大の予測に使用されたのが、数理モデルと呼ばれるものです。ここでは少し難しいかもしれませんが、感染の動態を教えてくださいの疫学のモデルを紹介したいと思います。

疫学の基本に、「SIRモデル」と呼ばれるものがあります。このSIRとは、S:非感染者(Susceptible)、I:感染者(Infected)、R:除去者(RemovedまたはRecovered 病院に隔離、または回復して抗体を得た人。亡くなられた方も含む)の頭文字をとったものです。感染症が発生した際、感染者がどう変化していくかを予測するモデルです。

感染症が広がるのは、非感染者Sと感染者Iが接触した場合です。そのため新規の感染者数は、非感染者と感染者の数に感染率を掛けて計算できます。

$$(\text{新規感染者数}) = (\text{感染率 } \beta) \times (\text{接触数 } S \times I)$$

また感染者は、ある割合で回復、あるいは亡くなります。

$$(\text{除去者数}) = (\text{除去率 } \gamma) \times (\text{感染者数 } I)$$

そのため、感染者の増加数は、この2つの値の差で表されます。

$$(\text{感染者の増加数}) = (\text{新規感染者数}) - (\text{除去者数})$$

これを数式にすると

$$dI/dt = \beta SI - \gamma I$$

という、微分方程式と呼ばれる式になります。

この式をもとに、Excelでシミュレーションしてみたのが図1です。時間が経つにつれて感染者Iの数は増え、非感染者Sの数は減っていきます。しかし、やがてウイルスが感染する相手がなくなることから、感染者Iの数は減り始めます。集団免疫と呼ばれる状態です。

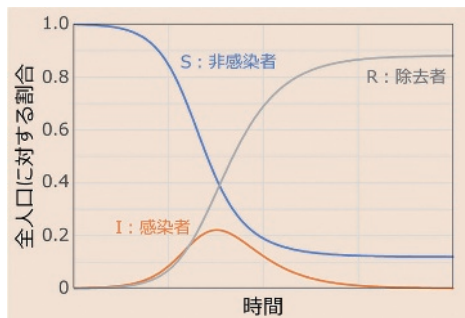


図1 感染者数の変化のシミュレーション

指数関数

さて、感染初期段階では、(S:非感染者数) \div (N:総人口)とすることができます。すると先ほどの式は

$$dI/dt = (\beta N - \gamma) I = \text{定数} \times I$$

のように、(感染者数 I) を微分したら、同じく(感染者数 I) になるという式に変形できます。高校で微積分を習った方なら、微分しても同じになる関数というのをご存知ではないでしょうか。そう、指数関数です。

つまり、初期の感染者数の増加は

$$I = e^{at} \quad (\text{ただし } a = \beta N - \gamma = \gamma(R_0 - 1))$$

という、指数関数で表されることが分かります($R_0 = \beta N / \gamma$ は感染力の強さの指標で、基本再生産数と呼ばれます)。これをグラフにしたのが図2です。縦軸を対数目盛にすると直線になることから、指数関数のグラフはよく対数グラフで描かれます。

さて、ある期間で感染者が10人になったとします。10人なら、過度に騒ぐことではないかと思いますが、そうではありません。図2のように、同じ時間が経つと、10人が100人になるのです。さらに同じ時間が経つと1000人に増えてしまいます。早く手を打たないと、感染爆発という状態になってしまいます。

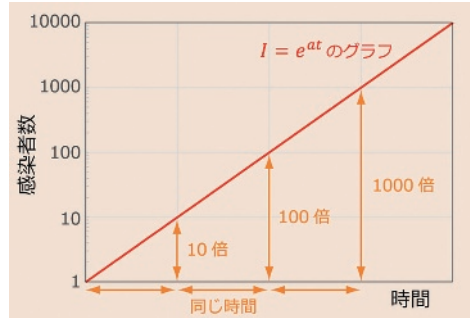


図2 $I = e^{at}$ のグラフ

感染爆発を防ぐには

では感染者数の増加を抑えるには、どうしたらよいでしょうか。指数関数の性質を知っていれば、 $a < 0$ とすればいいことが分かります。つまり

$$a = \beta N - \gamma < 0$$

となればいわけです。そのためには、感染率 β の値を小さくすることが必要です。そして感染率は

(感染率) = (人と会う回数) × (感染者に会う確率) × (1回当たりの感染確率) で計算できます。(感染者に会う確率)は制御できませんが、(人と会う回数)は減らすことが可能です。さらに(1回当たりの感染確率)も、いわゆる密閉、密集、密接の3つの密を避ければ低くできます。感染率が下がれば感染者数の増加を抑えられます。8割の行動制限はこうして導かれました。

ここで紹介したのは、ごく単純化したモデルです。実際には潜伏期間の感染を考慮したり、感染確率のばらつきを考慮したりする等の改良を行い、より現実にもっとモデルで計算が行われています。

学生時代、数学の時間に、こんなことが何の役に立つんだ、と思っておられた方はいませんか。いやいや数学はまさに、人類の危機を救っているのです。

江越 航(科学館学芸員)