

## 蜃気楼の形状による気温分布の計算

長谷川 能三\*

### 概要

蜃気楼は、気温分布が特殊な場合に発生する現象で、遠くの景色が伸び縮みしたり上下反転したりして見える。これまで蜃気楼の発生機構を解明すべく、気温の垂直分布や風向・風速などを実測し、さらにその結果から蜃気楼の形状をシミュレーションするなどされてきた。しかし、これらの気象データの実測には手間がかかっている。

そこで、逆に、多く撮られている蜃気楼の写真から、計算によって気温の垂直分を求めることができないか試みた。今後、気温分布の実測と補完する手法となる可能性もあり、計算結果の一例とともに、現段階での問題点を考えた。

### 1. はじめに

蜃気楼(上位蜃気楼)とは、下部に低温の空気の層(冷氣層)があり、その上に高温の空気の層(暖気層)があるときに、10km程度先の景色が上に伸びたり、さらに上下反転したりして見える現象である。逆に、下層に高温の空気、上層に低温の空気があるときには景色が下に映ったように見える。これは浮島現象や下位蜃気楼と呼ばれ、広義の蜃気楼に含まれる。

蜃気楼(上位蜃気楼)は、富山湾や琵琶湖、猪苗代湖など、全国でも限られた地域でしか見ることができない。従来、富山湾では立山からの雪解け水により海上の気温が低いことにより蜃気楼が出現するといわれてきた。しかし、ここ数年、気温の垂直分布や風向・風速など気象データの実測などから、陸を通過してきた風によって冷氣層の上に暖気層ができることが、蜃気楼の出現に非常に重要であることが解明されてきた。また、その実測された気温の垂直分布を用い、コンピュータによる計算で蜃気楼の形状をシミュレーションし、実際の蜃気楼の形状と非常によく似た結果が得られている。しかし、気象データの実測は、手間のかかる作業である。

そこで、逆に、これまで撮影されてきた蜃気楼の形状から、計算によって気温分布を求めることができないかと考えた。

### 2. 屈折率が連続的に変化する媒質中での光の経路

屈折率 $n$ が高さだけの関数、つまり $n(h)$ と表わされるとする。

まず $n(h)$ が高さ $h_1$ と $h_2$ で不連続で、他では一定である場合、スネルの法則により光の進む方向には、

$$n(h_1) \cos \theta_{h_1} = n(h_2) \cos \theta_{h_2} \quad \dots (1)$$

の関係がある。但し、ここで $\theta_{h_1}$ および $\theta_{h_2}$ は、通常スネルの法則で入射角として使われる境界面の垂線からの角度ではなく、境界面となす角とする。(1)の関係は $n(h)$ が高さ $h_1$ と $h_2$ の間でいくつもの屈折率の異なる層に分かれていたとしても成り立つ(途中で全反射を起こす場合を除く)。

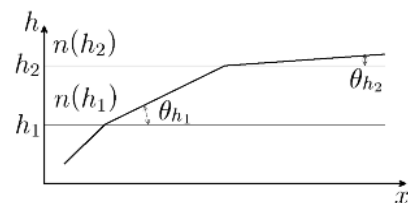


図1 屈折率が不連続に変化する場合の光の経路

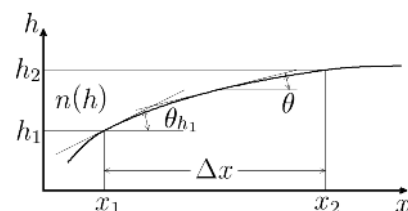


図2 屈折率が連続的に変化する場合の光の経路

\*大阪市立科学館 学芸課  
E-mail: nozo@sci-museum.jp

この屈折率の異なる層を無限に増やしていくことにより、連続的に屈折率が変化している場合へ拡張すると、任意の高さ  $h$  において、

$$\cos \theta = n(h_1) \cos \theta_{h_1} \frac{1}{n(h)} \quad \dots(2)$$

という関係が得られる(ここで、 $\theta$  は  $h$  の関数であるが、一価関数とは限らない)。

そこで、高さ  $h_1$  から  $h_2$  まで光が進む間に水平方向に進む距離は、

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_2 - x_1 \\ &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{\tan \theta} dh \\ &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} dh \quad \dots(3) \end{aligned}$$

となる。(2)より $\theta$ と $h$ の間には、

$$n(h) = \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1}}{\cos \theta}$$

の関係があることから、

$$dh = \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1} \sin \theta}{\frac{dn(h)}{dh} \cos^2 \theta} d\theta$$

となる。ここで右辺に  $h$  の関数が残っているが、今考えている層内では屈折率が高さの一次関数で表わされると近似すれば、この部分が定数となり、

$$dh = \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1} \sin \theta}{n'_1 \cos^2 \theta} d\theta \quad \dots(4)$$

となる。(4)を用いて(3)の積分を変数変換すると、

$$\begin{aligned} \Delta x &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} dh \\ &= \int_{\theta_{h_1}}^{\theta_{h_2}} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1} \sin \theta}{n'_1 \cos^2 \theta} d\theta \\ &= \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1}}{n'_1} \int_{\theta_{h_1}}^{\theta_{h_2}} \frac{1}{\cos \theta} d\theta \\ &= \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1}}{n'_1} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \right]_{\theta_{h_1}}^{\theta_{h_2}} \\ &= \frac{n(h_1) \cos \theta_{h_1}}{2 n'_1} \ln \frac{(1 + \sin \theta_{h_2})(1 - \sin \theta_{h_1})}{(1 - \sin \theta_{h_2})(1 + \sin \theta_{h_1})} \quad \dots(5) \end{aligned}$$

となる。ここで、

これにより、大気を多数の層に分け、それぞれの層内では屈折率が高さの一次関数で近似すれば、光が進む経路を計算することができる。

### 3. 気温の垂直分布の計算方法

気温の垂直分布、つまり屈折率の垂直分布を求めるのに、

屈折率分布が変化した時に、対象物のどの部分がどの角度で見えたのか、変形のプロファイルを調べる。気温(屈折率)の垂直分布のパターンを多数用意し、それぞれの屈折率分布ではどのような屈折率になるのか、変形プロファイルを計算する。

で計算した変形プロファイルの中で、の変形プロファイルに近いものを選び出す。

さらに で選び出した屈折率分布に似たパターンを多数用意し、を繰り返す。

という手順で行なった。それぞれの手順内での詳細は、以下のとおりである。

#### 3-1. 屈折率の変形プロファイル

屈折率の変形プロファイルを調べるには、屈折率が発生したときの画像だけでなく、実景(屈折率が発生していない時の景色)の画像も必要であり、更にその2枚の画像の高さの関係がわかっている必要はない。しかし、屈折率が発生した時には水平線の見える高さなども変化するために、撮影された画像には実景との高さの関係がわかるものは含まれていないと考えた方がよい。このため、一般によく撮影されている屈折率の画像では、カメラの角度が異なっている可能性があり、変形プロファイルも求めるのには適さない。これに対して、固定カメラで撮影された画像であれば、2枚の画像が同じ角度(仰角もしくは俯角)で撮影されているので、変形プロファイルを求めることが可能となる。

そこで今回、木下正博氏(滑川高等学校)が固定カメラで撮影している画像を利用させていただいた。なるべく鮮明なものとして、2005年5月20日15時48分の画像を使用した。

まず、屈折率が発生した時の画像と実景の画像で対応のはっきりした箇所(9ヶ所)の位置を、ピクセル単位で調べた。固定カメラが設置されている高さは海拔13.7m、固定カメラから画像に写っている生地鼻の灯台までが17.1km、生地鼻の灯台の灯火が海拔32.47mというデータから、これらの各点の実際の高さと屈折率が発生した時に見えた角度の関係は、図3のとおりである。このグラフで右上がりの直線は実景での関係を表しており、屈折率が発生したときに景色全体が浮き上がり、特に海拔10~12m付近で急激に浮き上がりが大きくなっていったことがわかる。



写真1 蜃気楼が発生したときの生地方面の様子  
(2005年5月20日 15時48分)



写真2 生地方面の実景  
(蜃気楼が発生していない時の景色)

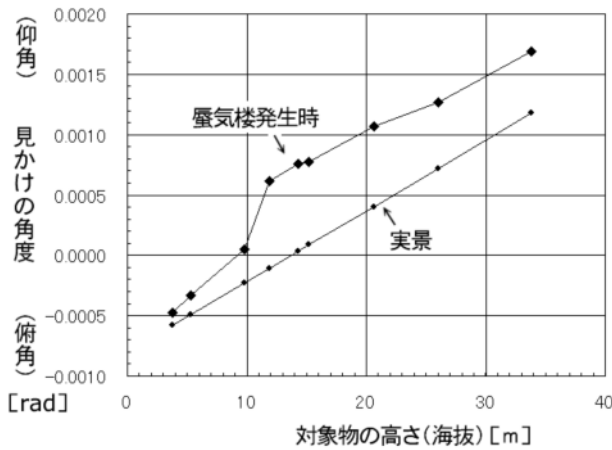


図3 蜃気楼の変形プロフィール

### 3-2. 気温の垂直分布パターン

気温(屈折率)の垂直分布について、ありとあらゆるパターンを考え、計算を行なうことは不可能である。例えば、高さ1mごとの気温を与え、その間の気温については上下の気温を結ぶ一次関数で近似するとする。このような方法では、海面から高さ30mまでの31点の気温をそれぞれ5通り与えるだけで $4 \times 10^{21}$ 通りものパターンとなり、実際上計算不可能である。

そこで、これまで蜃気楼が発生したとき実測されている気温データから、かなり大雑把ではあるが、大気を冷気層・混合層・暖気層の3層に分け、それぞれの層で屈折率が高さの一次関数になっているようなモデルを立てた。この場合、層の境界の高さで2つの自由度、それぞれの層の屈折率の変化の傾きで3つの自由度があり、あわせて自由度が5つとなる(屈折率の絶対値は必要なく、相対的な変化のみわかればよい)。こうして自由度を絞り込むことにより、各自由度について数通り~数十通りの値を与えたとしても、パターン数は計算可能な範囲となった

### 3-3. 変形プロフィールの比較

今回の場合、蜃気楼が発生した時の画像と実景の画像から、対象物の共通する9つの位置(例えば灯台の白と黒の境目)の座標を調べ、角度に変換して変形プロフィールを作成した。そこで、計算においても、この9つの角度について光の経路を求め、変形プロフィールを作成した。こうして画像および計算で求めた変形プロフィールの9点について、角度の差の2乗和を計算し、これが最小となるパターンを選び出した。

### 3-4. 計算の繰り返し

3-3で選び出したパターンを元に、各自由度に与える値のステップを細かくして計算を繰り返し、より画像から求めた変形プロフィールに近いパターンを探した。

ただ、今回は大気を1mごとの層に分けて計算したため、冷気層・混合層・暖気層の境界の位置については、ステップは1mに固定したまま、屈折率の値のステップのみを細かくし、計算を3回繰り返した。

## 4. 計算結果

このようにして求めた屈折率の垂直分布は図4のとおりである。但し、屈折率は相対値であり、一部で値が1より小さくなっているが、実際の屈折率が1より小さいわけではない。また、屈折率(相対値)の0.000001の違いが、気温差の約1度に相当し、屈折率の比が小さい方が気温が高い。このことから、求められた気温の垂直分布は冷気層と暖気層の温度差が約1度しかなく、これまでの実測された値との差が大きい。

また、この屈折率(気温)の垂直分布での光の経路は図5のとおりである。さらに細かく蜃気楼の変形プロフィールを計算すると図6のとおりとなった。大まかには図3の画像から得られた変形プロフィールと同じような傾向ではあるが、まだ十分一致しているとは言えない。

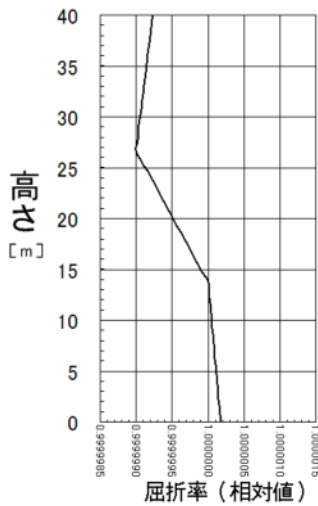


図4 計算により求めた屈折率の垂直分布

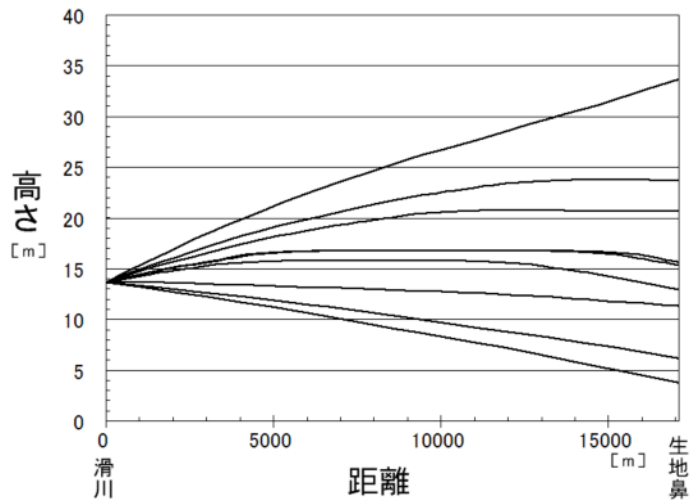


図5 求めた屈折率の場合の光の経路

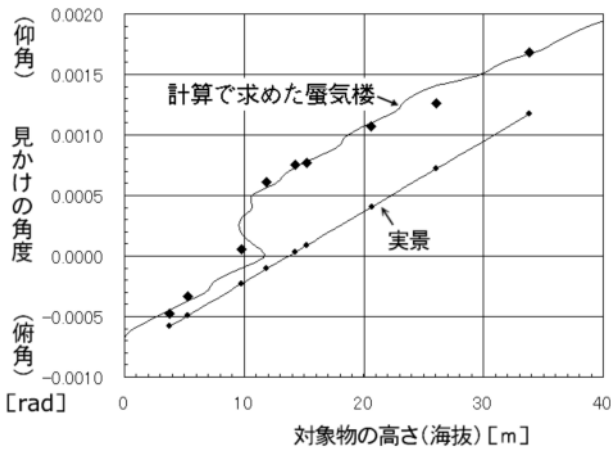


図6 求めた屈折率による曇気楼の変形プロフィール

### 5. 考察

今回このようにして屈折率(気温)の垂直分布を求めたが、これまで実測された気温分布との間に大きな開きがあり、また、曇気楼の変形プロフィールも画像から求めた変形プロフィールとの間に少し開きがある。これらの原因として、以下のような問題点が考えられる。

そもそも屈折率(気温)が高さのみに依存するということを前提としているが、実際には曇気楼による変形の様子が方向によって異なることから明らかなように、実際には同じ高さでも気温は一定ではない。しかし、水平方向の変化は予測不可能な要素が多く、計算に含めることは非常に難しいと思われる。撮影地と曇気楼化した景色との間で、一方に近づくに連れ冷気層が厚くなるとか、冷気層の温度がだんだん高くなるというように、定性的に変化する要素があれば、計算は複雑になるが盛り込むことは可能かもしれない。

また、計算するパターンを減らすために、今回、屈折率の垂直分布のパターンをかなりシンプルなものとした。しかし、どのようなパターンのモデルを立て、自由

度をどの程度にするかによって、適切な解が得られるかと計算時間に大きく影響することであり、今後、もっと検討していかなければならない。

さらに、今回は計算を簡単にするために地球の丸さを考慮しなかったが、本来なら地球の丸さを考慮する必要がある。今回使用した画像の場合、撮影地点の滑川から写っている生地鼻までが17.1kmと遠いため、光の経路の高さは最大5.7mもずれることになる。

このように、計算を複雑にする要素が多いが、その一方で簡略化が可能な要素もある。今回、2章では、屈折率の変化を高さの一次関数で近似としたが、それ以外については厳密に解くことができた。しかし、曇気楼による変形は、角度にして0.01[rad]以下であるので、計算式はもっと簡略化することが可能である。

しかし、計算上の問題点だけでなく、曇気楼の変形プロフィールを作ることができる画像が少ないことや、手間がかかるといった問題もある。

このように、まだまだ多くの問題点があるが、今後はこれらの問題点を解決しつつ、この手法を発展させていく予定である。

### 謝辞

本研究において、曇気楼の画像を快く提供していただいた木下正博氏(富山県立滑川高等学校教諭)に感謝申し上げます。

### 参考文献

木下正博,市瀬和義,西東孝信  
「ライブカメラの役割と教育的活用について」  
第3回曇気楼交流会研究発表要旨 (2005)  
宮川政昭 「曇気楼と湿冷帯(層)その2」  
第3回曇気楼交流会研究発表要旨 (2005)