



窮理の部屋113

タイル敷き詰め問題

街中を歩いていても、歩道や地下街、ビルの中...さまざまところで床にタイルが貼られていますね。でもたいていは、正方形や長方形のタイルが規則正しく敷き詰めてあるだけです。ちょっと珍しいデザインになっていても、色違いのタイルを並べていたり、正方形のタイルの表面のデザインをちょっと工夫していることが多いですね。

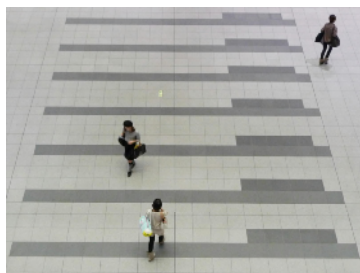
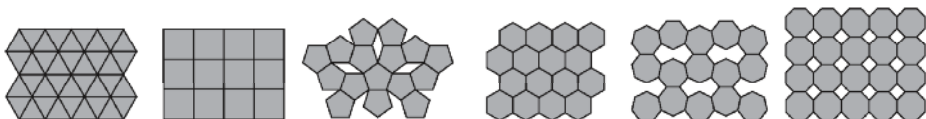


写真1. 街中のタイル

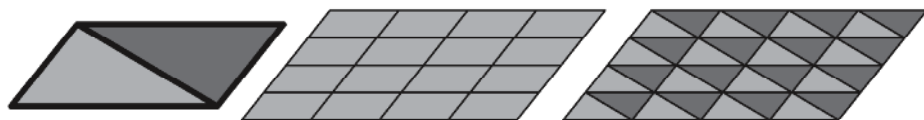
というのも、正方形や長方形のタイルなら、隙間なく床面に敷き詰めるのがとても簡単です。でも、隙間なく埋められるのは正方形や長方形だけでしょうか？例えば図1の(a)や(d)のように、正三角形や正六角形でも隙間なく敷き詰めることができますね。でも、正五角形や正七角形、正八角形...では隙間なく敷き詰めることはできません。



(a)正三角形 (b)正方形 (c)正五角形 (d)正六角形 (e)正七角形 (f)正八角形

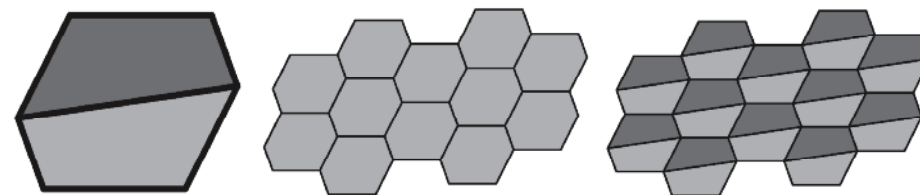
図1. 正多角形を敷き詰める

正多角形以外はどうか。三角形はどんな形の三角形でも逆さまにして組み合わせると平行四辺形になります(図2a)。さらに、平行四辺形はどんな平行四辺形でも隙間なく敷き詰めることができます(図2b)。ということは、三角形のタイルならどんな三角形であっても、隙間なく敷き詰めることができるということになります(図2c)。



(a)三角形を2つ 組み合わせる (b)平行四辺形の タイルの敷き詰め (c)どんな三角形でも 隙間なく敷き詰められる

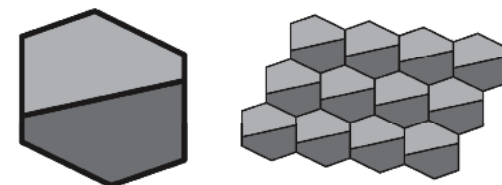
図2. 任意の三角形のタイルの敷き詰め



(a)四角形を2つ 組み合わせる (b)平行六辺形の タイルの敷き詰め (c)どんな四角形でも 隙間なく敷き詰められる

図3. 任意の四角形のタイルの敷き詰め

同じように、四角形はどんな形の四角形でも、逆さまにして組み合わせると、向かい合った辺が同じ長さで平行、向かい合った角の角度が等しい六角形になります(図3a)。このような六角形は隙間なく敷き詰めることができます(図3b)。ということは、



(a)五角形を2つ 組み合わせる (b)このような五角形は 隙間なく敷き詰められる

四角形のタイルもどんな四角形であっても、隙間なく敷き詰めることができるということになります(図3c)。また、五角形の内、2つの辺が平行な五角形も、逆さまにして合わせると同じような六角形になります(図4a)。ですから、このような五角形も隙間なく敷き詰めることができます(図4b)。



図4. 平行な辺のある五角形のタイルの敷き詰め

このように隙間なく敷き詰めることができるタイルの形はいろいろあるのですが、ここで紹介した敷き詰め方には2種類の対称性という特徴があります。ひとつは「回転対称性」というもので、このタイルを敷き詰めたパターンをある角度だけ回転させても、全く同じになる、つまり元の図と重ねてぴったり合うということです。

しかもそのある角度というのは、60度が90度が120度が180度のどれかになっています。もうひとつは「並進対称性」というもので、この図を回転させずに横にずらしても、ある距離ごとにパターンがぴったり合うということです。(長谷川 能三: 大阪市立科学館 学芸員)