



窮理の部屋 191

## フィボナッチ数列

フィボナッチ数列とは、1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946...という数の並びです。この数の並びにどんな法則があるかわかるでしょうか？よく見ると、 $1+1=2$ 、 $1+2=3$ 、 $2+3=5$ 、 $3+5=8$ 、 $5+8=13$ 、 $8+13=21$ 、 $13+21=34$ ...と、隣り合わせの2つの数を足し算した数が、次の数になっています。

イタリアの数学者レオナルド・フィボナッチが、ウサギのつがいがこのように増えていくと考えたことから、この数の並びはフィボナッチ数列と呼ばれています。

フィボナッチ数列を幾何学的に表すのに、図1のように正方形を螺旋状に並べることがあります。前の2つの数の和が次の数になるのですから、辺の長さだけに注目すれば、一辺の長さがフィボナッチ数列になっている正方形をこのように並べることができることがわかります。

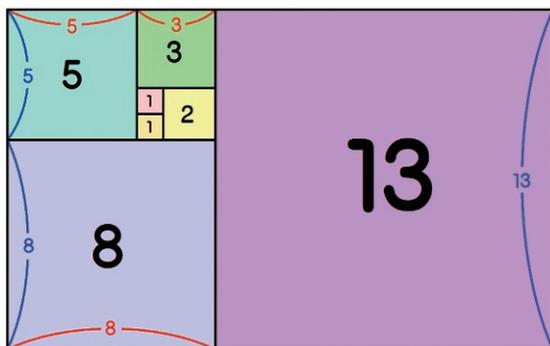


図1. 辺の長さがフィボナッチ数列の正方形

今年2月～5月に開催した企画展「色と形のふしぎ」では、松ぼっくりやサポテンが展示されていました。というのも、松ぼっくりにはウロコのような鱗片(りんぺん)というもののがらせん状に並んでいます。この並びがフィボナッチ数列と関係しているのです。時計回りに外へ広がるらせんとみると、鱗片の並びは8列あります。ところが反時計回りに外へ広がるらせんとみると、鱗片の並びは13列あるのです。

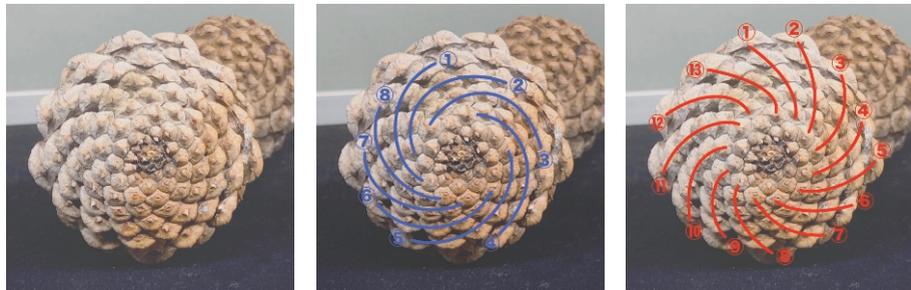


図2. 松ぼっくりの鱗片の並び

このように、時計回りと反時計回りの鱗片の並びの列の数が、フィボナッチ数列の隣り合わせの2つの数になっているというのです。

偶然…と思うかもしれませんが、他の松ぼっくりもだいたいこの数なのです。また、隣に展示していたサボテンでも同じようにトゲがらせん状に並んでいて、図3の赤い糸の向きで数えたトゲの列の数と青い糸の向きで数えたトゲの列の数もフィボナッチ数列の隣り合わせの2つの数になっています。サボテンを回転させた動画をツイッターに上げていますので、何列並んでいるか数えてみてください。(https://twitter.com/gakugei\_osm/status/1499338264666607618)

では、そのフィボナッチ数列の隣り合わせの2つの数にはどのような関係があるのでしょうか。表1は、フィボナッチ数列のある数が、ひとつ前の数の何倍になっているかの比を求めたものです。すると、この比はだんだん1.6180339887498…に近づいていっています。この数は…そう、黄金比なのです。

ですから、図1の正方形を並べた図も、どんどん正方形を増やしていくと、どんどん図形は大きくなっていきますが、その外側の形は黄金比の長方形に近づいていきます。

松ぼっくりやサボテン以外にも、ひまわりの種の並びでも、フィボナッチ数列の隣り合わせの2つの数になっているものが多いのです。他にもこのような並びになっているものがないか、探してみたいかがでしょうか。



図3. サボテンのトゲの列

表1. フィボナッチ数列の隣り合わせの数の比

数列	前の数との比
1	—
1	1
2	2
3	1.5
5	1.6666666666666666…
8	1.6
13	1.625
21	1.6153846153846…
34	1.6190476190476…
55	1.6176470588235…
89	1.6181818181818…
144	1.6179775280898…
233	1.6180555555555…
…	…
46368	1.6180339882053…
75025	1.6180339889579…
121393	1.6180339886704…
196418	1.6180339887802…