

## スペースシャトル発射時の燃焼ガス量と噴出速度の概算

結論：毎秒 10 トンの燃焼ガスが 3000 m/s で噴出される。

### 導出

質量  $m$  の速度  $v$  の物体が、微小時間  $\Delta t$  の間に、質量  $\Delta m$  を相対速度  $u$  で後方へ噴出するとすると

$$(1) \quad mv(t) = m(t + \Delta t)v(t + \Delta t) - \Delta m(v(t) - u)$$

$\Delta t \rightarrow 0$  の極限をとると、

$$(2) \quad m\dot{v} + \dot{m}u = 0$$

物体の加速度、噴出相対速度を一定とすると、(2) の解は

$$(3) \quad m(t) = \exp\left(-\frac{a}{u}t + \text{const.}\right),$$

ここで、 $a$  は物体の加速度。

スペースシャトルの全質量を 2000 トン、100 秒間で 1000 トンの燃料を消費し、一様加速度で 50 km 上昇するとする。このとき、上昇する加速度は  $10 \text{ m/s}^2$ 。重力加速度を

$10 \text{ m/s}^2$  とすると、 $a = 20 \text{ m/s}^2$ 。これらを (3) に代入すると

$$(4) \quad 1000 = 2000 \exp\left(-\frac{2000 \text{ m/s}}{u}\right)$$

これから、

$$u \approx 3000 \text{ m/s},$$

$$\dot{m}(0) = -\frac{a}{u}m(0) \approx 10 \text{ t/s}$$

Q. E. D.